

EXPOSÉ SOMMAIRE de la MÉTHODE de M. H. LABROUSTE

et de ses APPLICATIONS à l'HYDROLOGIE

-*-*-*

I - Le principe de la méthode de M. H. LABROUSTE est d'une grande simplicité.

Soit une sinusoïde d'une longueur de période donnée.

Substituons à chacune des ordonnées la somme de deux ordonnées séparées de la première de la moitié de la période. Nous obtenons ainsi une sinusoïde de la même période, mais dont l'ordonnée est doublée et changée de signe.

Si l'on prenait la somme des deux ordonnées distantes de la période entière de l'ordonnée considérée, on aurait encore doublé les élongations, mais en conservant leur signe.

Toutes les substitutions de cette nature conduisent à obtenir une sinusoïde de la période inchangée, mais dont l'élongation diffère de celle de la sinusoïde primitive et le coefficient de modification varie entre + 2 et - 2, cependant que les points d'inflexion (intersection avec l'axe) restent fixes. Il est en particulier égal à zéro si l'on substitue à une ordonnée donnée, la somme de deux ordonnées distantes de celle-ci d'un quart de période.

Une telle substitution détruit la sinusoïde considérée.

II - Envisageons maintenant des différences d'ordonnées au lieu des sommes. On voit immédiatement que la différence de deux ordonnées séparées par une demi-période donne l'élongation maximum aux points d'inflexion de la sinusoïde primitive. Au point d'abscisse $T/2$, cette élongation devient positive si l'on retranche l'ordonnée à droite de l'ordonnée à gauche et négative dans le cas contraire; ces deux manières de procéder aboutissent ainsi à un déphasage d'un quart de période par rapport à la sinusoïde primitive. On a un retard de phase dans le premier cas et une avance dans le deuxième cas. Donc en faisant successivement ces deux substitutions, on rétablit la phase et l'on quadruple l'ordonnée.

Par contre, les différences détruisent la sinusoïde donnée si l'on opère à l'écartement d'une période.

Il est évident que les écartements intermédiaires donnent un agrandissement de l'ordonnée intermédiaire.

De ce court exposé, retenons que des "combinaisons d'addition", ou celles de "différence", suivant la terminologie de M. H. LABROUSTE, donnent un moyen d'agir sur la valeur de l'ordonnée d'une sinusoïde en permettant soit de l'agrandir, soit de la détruire.

III - Passons maintenant au cas d'un graphique résultant de la superposition de deux ou de plusieurs sinusoïdes de différentes longueurs de période.

En agissant comme précédemment, on fait varier, mais dans des proportions différentes, toutes les composantes. C'est pourquoi M. H. LABROUSTE a dû s'occuper d'étudier la marche du coefficient d'agrandissement en fonction de la période et il a trouvé que ce "facteur d'amplitude" est donné, pour les combinaisons d'addition, par la relation :

$$L_m = 2 \cos 2\pi \frac{m}{n}$$

où m est l'écartement, par rapport à l'ordonnée à substituer, des ordonnées entrant dans la combinaison et n la période.

Le facteur L_m est donc compris entre -2 et $+2$ et passe par une série de maxima et de minima. La dernière valeur nulle de L_m a lieu pour $n = 4m$ et ensuite ce facteur reste positif et tend vers $+2$ pour $n = \infty$

Le facteur d'agrandissement d'une combinaison de différence est donnée par :

$$\beta_m = 2 \sin 2\pi \frac{m}{n}$$

et comme il faut effectuer deux de ces combinaisons pour rétablir la phase, on doit considérer :

$$\beta = \beta_m^2 = 4 \sin^2 2\pi \frac{m}{n}$$

Le facteur β est constamment positif, ses valeurs maxima sont égales à $+4$. La dernière de ces valeurs s'obtient pour $n = 4m$, après quoi β tend vers zéro pour $n = \infty$

La marche des facteurs α et β montre que le premier favorise certaines composantes courtes et toutes les composantes longues, tandis que le second détruit toutes les composantes longues et favorise certaines composantes courtes. Les deux procédés annulent certaines périodes.

IV - Les combinaisons d'addition, ou celles de différence, permettent donc d'agrandir les composantes prises en considération

les mêmes dispositions générales. Il semble possible d'en conclure que les composantes progressent à la surface du globe. Leurs vitesses de propagation ne sont pas identiques, ce qui dans certains cas particuliers peut conduire à la superposition, dans certains endroits privilégiés, des maxima des trains appartenant à quelques composantes, comme cela est signalé plus haut (4°). Pour les régions étudiées, les trajectoires sont approximativement les mêmes, mais une généralisation de cette règle serait prématurée.

Notons enfin que l'étude de la propagation des composantes permet de découvrir un phénomène nouveau (l'ano et le kato plymisme) qui relie d'une façon assez imprévue les variations du débit des cours d'eau à la pluviométrie.