soil moisture content. However, for a rapidly moving situation this relationship becomes less valid. An unknown error is thus introduced into solutions obtained by the computer for situation where the water table is moving at such a rate that the relationship between the capillary conductivity and the soil moisture pressure is no longer valid. The relations ship between the capillary conductivity and the soil moisture content is the required relationship which must be inserted into the computer in order to obtain a satisfactory solution.

REFERENCES

CHILDS, E.C. and N. COLLIS-GEORGE. 1950. The control of soil water. *Advances in Agronomy* 2:233-272. Academic Press, New York.

CHILDS, E.C. 1957. The Physics of land Drainage, pp. 1-78. *Agronomy Monograph* 7, J.N. Luthin editor.

— 1959. A treatment of the capillary fringe in the theory of drainage. *J. of Soil Sci.* 10:83-100.

— and A. POULOVASSILIS. 1962. The moisture profile above a moving water table. *J. of Soil Sci.* 13:271-285.

LUTHIN, J.N. and R.E. GASKELL. 1950. Numerical solutions for the drainage of Layered soils. *Trans. Amer. Geophys. Union*, 31:595-602.

— and R.D. MILLER. 1953. Pressure distribution in soil columns draining into the atmosphere. *Soil Sci. Soc. of Amer. Proc.*, 17:329-333.

— and P.R. DAY. 1955. Lateral flow above a sloping water table. *Soil. Soc. Amer. Proc.* 19:406-410.

— 1960. Discussion of paper by E.C. Childs, The Non-steady State of the Water Table in Drained Land. *Jour. Geophysical Research*, 65:4221-4222.

— and G.S. TAYLOR. 1966. Computer solutions for the drainage of sloping land. *Trans. Amer. Soc. Agric. Eng.* (In press).

SWARTZENDRUBER, D. and D. KIRKHAM. 1956a. Capillary fringe and flow of water in soil. I. *Soil Sci.* 81:473-484.

— —. 1956*b*. Capillary fringe and flow of water in soil. II. Experimental results. *Soil Sci.* 82:81-95.

Effet de capillarité sur l'écoulement d'eau dans les nappes libres recelées par des roches à interstices fins

E. Berkaloff

RÉSUMÉ : Le captage d'eau dans les formations réputées jusqu'à présent quasi «imperméables» étant à l'ordre du jour, il nous a paru utile de revoir le problème de la circulation de l'eau dans les roches à interstices fins.

Il résulte de notre examen que :

1. En négligeant les effets de capillarité dans le calcul du débit des nappes libres et des puits, on risque de commettre des erreurs, par sous-estimation inacceptable en pratique, dès que la hauteur d'ascension capillaire n'est plus négligeable devant l'épaisseur de la roche perméable saturée d'eau.

2. Pour en tenir compte, il suffit de majorer d'une même valeur constante ε_a — toutes les altitudes piézométriques observées et introduites dans les formules usuelles : la valeur de ε_a étant en première approximation égale à la hauteur d'ascension capillaire. Mais une méthode d'évaluation de ε_a sur le terrain, dans les roches en place, reste encore à trouver et à élaborer.

ABSTRACT: Since the catchment of water in formations considered until now quasi-impermeable is an important problem, water circulation in fine interstitial rocks is examined by the author.

The study shows:

1. If the effects of capillarity in the calculation of the yield of free nappes or wells are neglected, mistakes can be made by underestimation when the rising-head is no longer negligible in regard to the thickness of the permeable rock saturated with water.

2. Considering this, it is enough to overestimate by the same constant value ε_a all the piezometric heights observed and shown in usual formulas: the value in the first approximation being equal to the capillary rising-head.
But a method to value εF on the ground, in rocks *in situ*, must still be worked out.

I. PROBLÈME ENVISAGÉ

L'exploitation de l'eau dans les formations réputées jusqu'à présent quasi «imperméables» étant à l'ordre du jour, il nous a paru utile de revoir le problème de la circulation de l'eau dans les roches à interstices fins.

En effet, dans ce cas, l'effet de capillarité habituellement négligé peut influencer profondément les conditions d'écoulement de l'eau souterraine.

A. L'eau dans les roches à grain fin

Examinons d'abord un cas simple, celui d'une couche à grain fin homogène reposant sur un substratum imperméable (fig. 2).

On pourra distinguer dans la couche aquifère suivant la verticale, à partir du substratum imperméable, les zones suivantes :

— zone de saturation;
— frange capillaire;
— zone sèche.

Nous réservons le terme de «frange capillaire» à la zone contenant à la fois de l'eau et de l'air donc non saturée.

B. Limite de saturation

On conçoit que la limite de saturation en eau des roches se trouvera partout au-dessus de la surface piézométrique qui est jalonnée par les plans d'eau libres des puits et des piézomètres.

Nous appellerons «hauteur d'ascension capillaire», l'écart ε entre la surface limite de saturation et la surface piézométrique.

C. Frange capillaire

1. *Épaisseur λ de la frange*

L'évaluation de l'épaisseur λ de la frange capillaire est plus malaisée; elle est subjective.

De plus, cette épaisseur est fonction des antécédents de la couche, notamment des fluctuations antérieures de la limite de saturation.

2. *Teneur en eau de la frange capillaire*

On peut représenter la teneur en eau d'un sable au-dessus de la surface piézométrique par un graphique analogue à celui de la figure 1. (Castany, 1963).

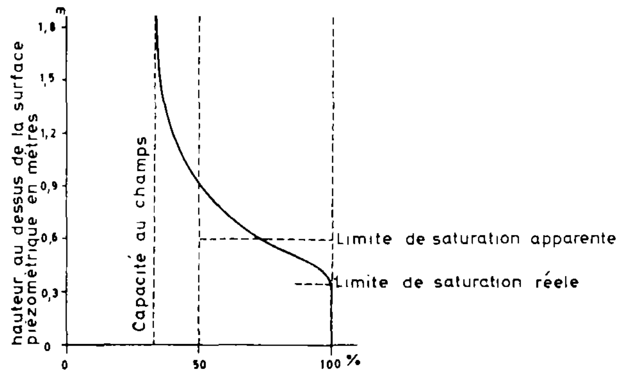

FIGURE 1. *Degrés de saturation d'un sable en eau*

D. INCERTITUDE SUR LES LIMITES

On remarquera sur la figure 1 que :

— la limite supérieure de la frange capillaire n'est pas nette;
— la limite réelle de saturation des roches en eau se trouve légèrement au-dessous de la limite apparente.

II. SYSTÈME AQUIFÈRE AVEC ÉCOULEMENT D'EAU EN RÉGIME PERMANENT

A. SYSTÈME EXAMINÉ

Envisageons maintenant une nappe en mouvement permanent et reposant sur un substratum imperméable horizontal avec alimentation par l'amont (fig. 2).

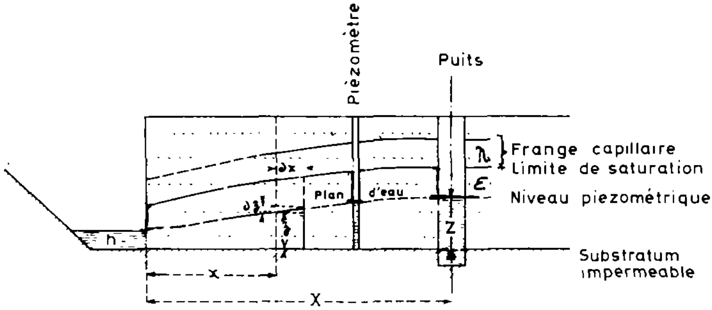

FIGURE 2.

B. Débit à travers une section de la nappe

On conçoit que le débit q par unité de largeur de la section envisagée devra satisfaire à l'équation :

$$q = Kz \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} + K\varepsilon \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} + K_c \lambda \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} \tag{1}$$

avec :

q débit par unité de largeur du front de la nappe;
z hauteur du niveau piézométrique à la distance x par rapport au substratum horizontal;
K coefficient de perméabilité de Darcy correspondant à la roche saturée d'eau;
K_c coefficient moyen de perméabilité correspondant à la frange capillaire prise dans son ensemble;
ε hauteur d'ascension capillaire;
η épaisseur de la frange capillaire.

C. Remarque sur le terme correctif

Cette éq. (1) traduit le fait que tout se passe comme si toutes les altitudes piézométriques dans les formules habituelles étaient à majorer d'un terme correctif de valeur constante :

$$\varepsilon_a = \left[\varepsilon + \frac{K_c}{K} \lambda \right] \tag{2}$$

D. Paramètres introduits dans le calcul du terme correctif

La signification de K coefficient de Darcy correspondant à la zone de saturation des roches en eau ne demande pas d'explication. Celle du coefficient K_c — de la frange capillaire est moins claire et le problème de son évaluation est encore mal résolu.

Schoeller (1962) estime qu'en envisageant la frange capillaire dans son ensemble, la valeur de K_c en première approximation serait de 0,3 K.

Mais cette évaluation de K_c a été basée sur les formules établies pour le cheminement vertical de l'eau de haut en bas.

Son extension au cheminement horizontal est faite avec des réserves d'usage.

Nous retiendrons simplement que K_c est une faible fraction de K et qu'une méthode de son évaluation reste encore à élaborer. En outre l'épaisseur λ de la frange capillaire reste imprécise.

Pour cette raison, nous évaluerons le terme correctif ε_a, faute de mieux, en première approximation et par défaut, en négligeant le paramètre $K_c/K\ \lambda$ devant ε en écrivant :

$$\varepsilon_a = \varepsilon$$

E. Formules

1. *Intégration de l'équation* (1)

En intégrant l'équation (1) entre :

$$x = 0 \qquad \text{et} \qquad x = X$$

les conditions aux limites étant :

à l'aval :

$$z = h \qquad \text{quand} \qquad x = 0$$

au puits :

$$z = Z_0 \qquad \text{quand} \qquad x = X.$$

On trouve :

$$q = \frac{K(Z_0 - h)\left[Z_0 + h + 2\varepsilon + 2\,\dfrac{K_c}{K}\,\lambda\right]}{2X} \tag{3}$$

et compte tenu de l'expression (2), on obtient par transcription :

$$q = \frac{K(Z_0 - h)\,[Z_0 + h + 2\varepsilon_a]}{2X} \tag{4}$$

2. *Comparaison des formules*

L'expression classique de Dupuit étant :

$$q_d = \frac{K[Z_0^2 - h^2]}{2X} \tag{5}$$

En combinant (4) et (5) on obtient :

$$q = \left[1 + \frac{2\varepsilon_a}{Z_0 + h}\right] q_d \tag{6}$$

F. Erreur commise en négligeant la capillarité

Evaluant le débit d'une nappe libre suivant la formule classique de Dupuit, on commettra une erreur dès que ε- n'est plus négligeable par rapport à l'épaisseur de la roche aquifère saturée d'eau. L'expression (6) nous le montre.

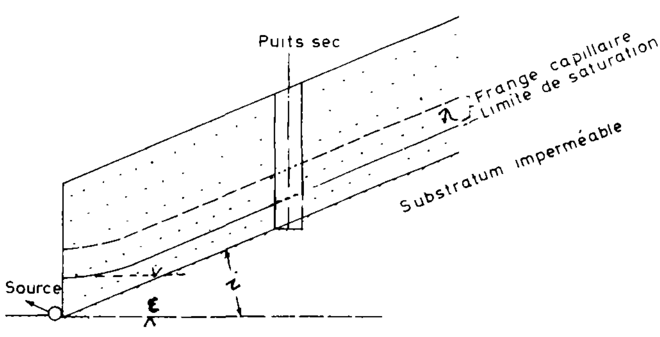

Figure 3.

Exemple numérique — Avec :

$\varepsilon = 0{,}25$ m valeur qu'on rencontre dans les sables homogènes grossiers (voir fig. 3);

$Z_0 = 0{,}20$ m et $h = 0$, ce qui n'est pas rare dans les pays pauvres en eau.

On trouvera suivant l'expression (6) que l'erreur commise se traduit par une sous-estimation du débit dans le rapport de 1 à $3\frac{1}{2}$. Mais, il est bien entendu que dans ce cas, la perméabilité et par suite le débit, seraient faibles.

III. DÉBIT DES NAPPES JALONNÉES PAR DES PUITS SECS ET APPAREMMENT SANS EAU

A. Système envisagé

En poussant nos idées à l'extrême, on peut concevoir des nappes aquifères jalonnées sur tout leur parcours par des puits secs et néanmoins capables d'entretenir des sources.

Envisageons, par exemple, le cas d'une couche perméable reposant sur un substratum incliné de pente i alimentée par l'amont et entretenant des émergences d'eau à sa limite aval (fig. 3).

B. Débit limite

On conçoit que dans ce cas, il n'y aura pas d'eau dans les puits situés à l'amont des émergences tant que le débit de la nappe restera inférieur à :

$$q_0 = K\varepsilon_a i$$

Il est bien entendu que ce débit limite sera faible, mais non nul.

C. Exemple numérique

Couche aquifère avec :

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= 0{,}25 \text{ mètres} \\ K &= 1 \text{ m/heure} \end{aligned}\right\} \text{valeurs qu'on rencontre déjà dans les sables.}$$

Substratum de pente :

$i = 0{,}004$ — valeur couramment observée.

On trouve pour le début limite, la valeur de :

$$q_0 = 0{,}001 \text{ m}^2/\text{heure},$$

c'est-à-dire que le débit des émergences dans ce cas peut atteindre la valeur de 1 litre par mètre de front et par heure sans qu'il y ait une goutte d'eau dans les puits situés en amont.

IV. DÉBIT DES PUITS

A. Système examiné

Envisageons maintenant le cas d'un puits situé à la distance X d'une limite rectiligne du système formé par des suintements d'eau au contact du substratum imperméable à la base de la couche aquifère (fig. 4).

— la largeur du système étant grande par rapport à X;
— l'alimentation de la nappe se produisant par l'amont.

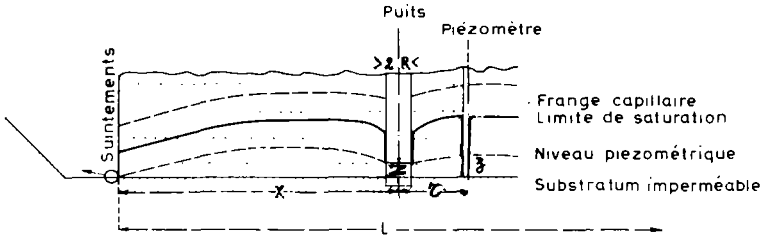

FIGURE 4.

B. FORMULES

En reprenant le calcul du débit Q d'un puits de manière analogue à celle du § 3, en tenant compte des effets de capillarité, on trouve :

$$Q = Q_d \left[1 + \frac{2\varepsilon_a}{(Z_0 + Z)} \right] \tag{8}$$

avec :

Z_0 hauteur d'eau dans le puits au repos mesurée à partir du mur imperméable;
Z hauteur d'eau dans le puits en exploitation;

$$Q_d = \frac{\pi K (Z_0^2 - Z^2)}{[\ln 2X - \ln R]} \tag{9}$$

débit calculable suivant l'expression classique de Dupuit compte tenu de la théorie des images;
R rayon du puits;
X distance du puits à la limite de la nappe.

C. EXEMPLE NUMÉRIQUE

Puits de rayon	R	= 1 mètre
situé à la distance	X	= 500 m
avec hauteur d'eau au repos	Z_0	= 0,25 m
avec hauteur d'eau en puisage	Z	= 0,05 m
Couche aquifère de coefficient	K	= 1 m/heure
avec hauteur d'ascension capillaire		= 0

Le débit du puits d'après la formule (9) de Dupuit serait :

$$Q_d = 0{,}027 \text{ m}^3/\text{heure} = 0{,}65 \text{ m}^3/\text{jour},$$

Le débit compte tenu de la capillarité suivant l'expression (8) étant :

$$Q = 0{,}07 \text{ m}^3/\text{heure} = 1{,}7 \text{ m}^3/\text{jour}.$$

Dans ce cas, la sous-estimation du débit calculé par les formules classiques, sans tenir compte de la capillarité, serait faite dans le rapport de 1 à 2½, au moins.

Mais il est bien entendu qu'on envisage ici des débits faibles, néanmoins suffisants pour subvenir aux besoins en eau d'un groupe d'hommes et même d'un petit village.

V. PERMÉABILITÉ DE LA COUCHE AQUIFÈRE D'APRÈS L'ESSAI D'UN PUITS OU D'UN FORAGE

A. Système examiné

Envisageons maintenant l'essai en régime quasi permanent d'un puits ou d'un forage doté d'un piézomètre (fig. 4).

B. Formules

Reprenons le calcul de l'écoulement compte tenu de l'ascension capillaire comme au §2.

On a alors :

$$Q = \frac{\pi K[z-Z]\,[z+Z+2\varepsilon_a]}{2[\ln r - \ln R]} \tag{12}$$

et

$$K = \frac{Q[\ln r - \ln R]}{\pi[z-Z]\,[z+Z+2\varepsilon_a]} \tag{13}$$

Le coefficient de Darcy d'après l'expression classique étant :

$$K_d = \frac{Q[\ln r - \ln R]}{\pi[z^2 - Z^2]} \tag{14}$$

avec :

r distance du piézomètre au puits;
z hauteur de la tranche d'eau dans le piézomètre;
Z, R, et ε_a comme au § 4.

Et, en combinant (13) avec (14), on trouve :

$$K = \frac{K_d}{\left[1 + \dfrac{2\varepsilon_a}{z+Z}\right]} \tag{15}$$

Dans ce cas aussi, l'erreur par surestimation de la valeur du coefficient de Darcy, calculée par la formule classique sans tenir compte de la capillarité, deviendra inadmissible dès que la hauteur d'ascension capillaire devient comparable à celle de l'épaisseur de la roche perméable saturée d'eau.

C. Exemple numérique

Puits de rayon	R = 1 mètre
Puits de débit	Q = 2 m^3/jour
Puits avec une hauteur d'eau en puisage	Z = 0,05 m
Piézomètre situé à la distance	r = 10 mètres
Piézomètre avec une hauteur d'eau en puisage	z = 0,15 m
Couche aquifère avec une hauteur d'ascension capillaire	ε = 0,25 m

Le coefficient de perméabilité déduit de la formule classique (14) suivant Dupuit serait :

$K = 3{,}1$ mètre/heure.

En réalité, compte tenu de la capillarité d'après (13), il serait au plus de :

$K = 0{,}9$ mètre/heure.

IV. SYSTÈME AQUIFÈRE AVEC ÉCOULEMENT D'EAU EN RÉGIME TRANSITOIRE

On conçoit aisément, que l'emploi du terme correctif ε_a évalué par nous dans l'hypothèse d'un écoulement permanent se justifie aussi en régime transitoire.

VII. CONCLUSIONS

De tout ce qui précède, il est à retenir, que dans le cas de nappes libres recelées par des roches à interstices fins :

A. Un risque d'erreur inacceptable

apparaît dans le calcul du débit ou de la perméabilité par les formules classiques, dès que la hauteur d'ascension capillaire peut ne pas être négligeable devant l'épaisseur de la roche perméable saturée d'eau.

B. Un terme correctif

ε_a majorant toutes les hauteurs piézométriques observées, doit être introduit dans les formules classiques pour tenir compte de la capillarité (voir § 2).

Ce terme s'exprime par :

$$\varepsilon_a = \varepsilon + \frac{K_c}{K}\lambda \tag{2 bis}$$

avec :

ε hauteur d'ascension capillaire dans la roche en place;

$(K_c/K)\lambda$ paramètre dont la valeur est à préciser dans chaque cas particulier.

C. Les méthodes d'évaluation du terme correctif

ε- restent encore à élaborer.

Notamment, il est souhaitable de mettre rapidement au point des procédés de :

1. Repérage sur le terrain de la limite de saturation des roches en eau pour en déduire la hauteur d'ascension capillaire ε dans les roches en place (voir II.C.).
2. Evaluation de l'épaisseur λ de la frange capillaire et du paramètre K_c intervenant dans les calculs (voir II.D.).

BIBLIOGRAPHIE

Castany, G. 1963. *Traité pratique des eaux souterraines*, Dunod, Editeur, Paris. 657 pp.
Schoeller, M. 1962. *Les eaux souterraines*, Masson, Editeur, Paris.